DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(x) = \ln(x^2 + x)$

b) $g(x) = x \cdot e^x$

c) $h(x) = (x^2 + 3)^4$

Oppgave 2 (5 poeng)

Polynomfunksjonen P er gitt ved

$$P(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 8 \quad , \quad D_P = \mathbb{R}$$

a) Det kan vises at alle heltallige løsninger av $P(x) = 0$ går opp i konstantleddet (-8).
Bruk dette til å finne et nullpunkt.

b) Faktoriser $P(x)$ i førstegradsfaktorer.

c) Løs ulikheten $\dfrac{x^3 - 7x^2 + 14x - 8}{x^2 - 1} \geq 0$

Oppgave 3 (4 poeng)

Vektorene $\vec{a} = [-2, 1]$, $\vec{b} = [3, 6]$ og $\vec{c} = [k - 1, 4]$ er gitt, der $k \in \mathbb{R}$.

a) Bestem $-2\vec{a} + \vec{b}$ og $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ved regning.

b) Bestem k slik at $\vec{b} \parallel \vec{c}$.

c) Bestem k slik at $|\vec{c}| = |2\vec{a}|$

Oppgave 4 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 3x^4 - 6x^2 \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$

a) Bestem nullpunktene til f.

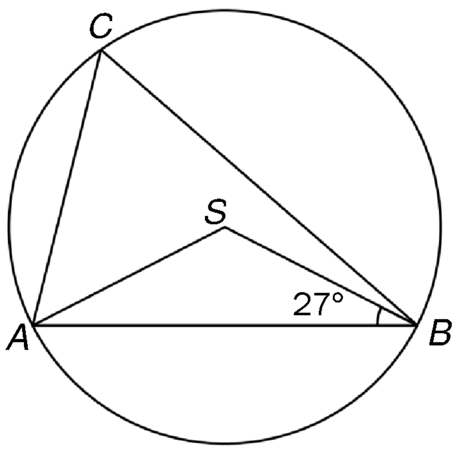
b) Bestem $f'(x)$. Bestem eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til *f.*

c) Tegn en skisse av grafen til f for $x \in \langle -2, 2 \rangle$.

Oppgave 5 (2 poeng)

En $\triangle ABC$ er innskrevet i en sirkel med sentrum S der $\angle ABS = 27°$.

Bestem $\angle ACB$ ved et geometrisk resonnement.



Oppgave 6 (3 poeng)

La p være et oddetall større enn 1.

a) Forklar at $\dfrac{p+1}{2}$ og $\dfrac{p-1}{2}$ begge er hele tall.

b) Regn ut $\left(\dfrac{p+1}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{p-1}{2}\right)^2$.

Bruk resultatet til å skrive 151 som differansen mellom to kvadrattall.

Oppgave 7 (2 poeng)

Funksjonen h er gitt ved

$$h(x) = x^x \quad , \quad x > 0$$

a) Forklar at vi kan skrive

$$h(x) = e^{x \cdot \ln x}$$

b) Bestem $h'(x)$.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

Tre punkter $A(1,3)$, $B(5,-1)$ og $C(4,4)$ er gitt.

a) Bestem et punkt D på y-aksen slik at $\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{BA}$.

b) La M være midtpunktet på BC. Bestem koordinatene til M.

Punktet P er gitt slik at $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MP}$.

c) Bestem ved regning koordinatene til P.

Oppgave 2 (6 poeng)

I en klasse er det 12 gutter og 16 jenter. Det skal trekkes ut en gruppe på 5 elever på en tilfeldig måte.

a) Bestem sannsynligheten for at det blir med akkurat én gutt i gruppen.

Sannsynligheten er $\frac{44}{117}$ for at et bestemt antall gutter blir med i gruppen.

b) Hvor mange gutter blir det da med i gruppen?

Arne og Betsy går i klassen. Vi definerer følgende hendelser:

A: Arne blir med i gruppen.

B: Betsy blir med i gruppen.

c) Forklar at $P(A\,|\,B) = \dfrac{\binom{1}{1}\cdot\binom{26}{3}}{\binom{27}{4}}$ og bestem sannsynligheten.

Oppgave 3 (6 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 6x \cdot e^{-\frac{x^2}{8}} \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$

a) Bruk produktregelen og kjerneregelen til å vise at

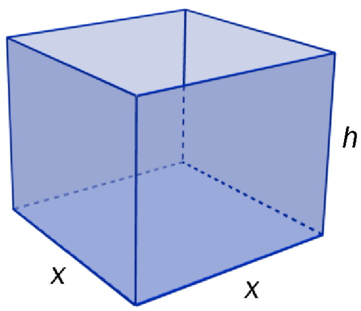
$$f'(x) = \frac{3}{2}(4 - x^2) \cdot e^{-\frac{x^2}{8}}$$

b) Tegn grafen til f' for $x \in \langle -6, 6 \rangle$.

c) Bruk grafen til f' til å bestemme eventuelle topp-, bunn- og vendepunkter på grafen til f.

Oppgave 4 (6 poeng)

Vi skal lage et kar med form som et rett prisme uten lokk. Grunnflaten skal være et kvadrat med side x dm, og karet skal ha høyde h dm. Vi vil lage karet slik at det samlede overflatearealet blir $12\ \text{dm}^2$.



a) Forklar at $x^2 + 4xh = 12$. Bestem et uttrykk for h.

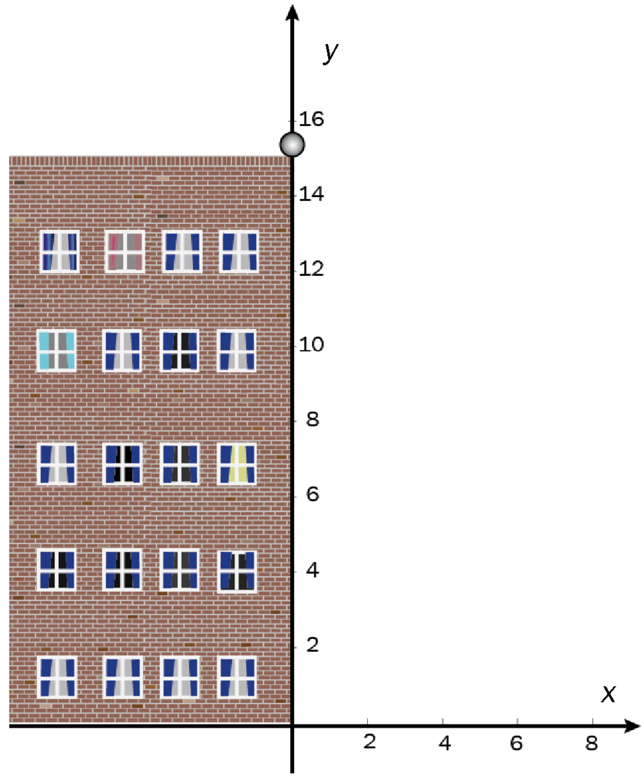
b) Bestem hvilke verdier x kan ha.

c) Bestem et uttrykk for volumet $V(x)$ av karet.

d) Vi ønsker å fylle vann i karet. Bestem ved regning x slik at karet rommer mest mulig vann. Hvor mange liter blir det da plass til?

Oppgave 5 (7 poeng)

En liten ball triller horisontalt utfor et flatt tak, 15,0 m over bakken.



Posisjonsvektoren til ballen t sekunder etter at den har forlatt taket, er

$$\vec{r}(t) = \left[3t,\ \ 15 - 4{,}9t^2\right]$$

a) Hvor lang tid tar det før ballen treffer bakken?

b) Tegn grafen til $\vec{r}$.

c) Bestem farten til ballen etter 0,8 s. Tegn inn fartsvektoren $\vec{v}(0{,}8)$ i det aktuelle punktet på grafen til $\vec{r}$.

d) Bestem akselerasjonen $\vec{a}(t)$. Tegn inn akselerasjonsvektoren $\vec{a}(0{,}8)$ i det aktuelle punktet på grafen til $\vec{r}$.

Oppgave 6 (5 poeng)

Vi skal løse likningen nedenfor med hensyn på x

$$n^n \cdot \left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} = x^n \quad , \qquad x > 0 \ , \ \ n > 0$$

a) Vis at denne likningen kan omformes til

$$\lg\left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} = \lg\left(\frac{x}{n}\right)^n$$

b) Vis at likningen videre kan skrives

$$(\lg x - n) \cdot (\lg x - \lg n) = 0$$

c) Bruk likningen i oppgave b) til å bestemme x uttrykt ved n .